

B 832

Durée : 4 heures

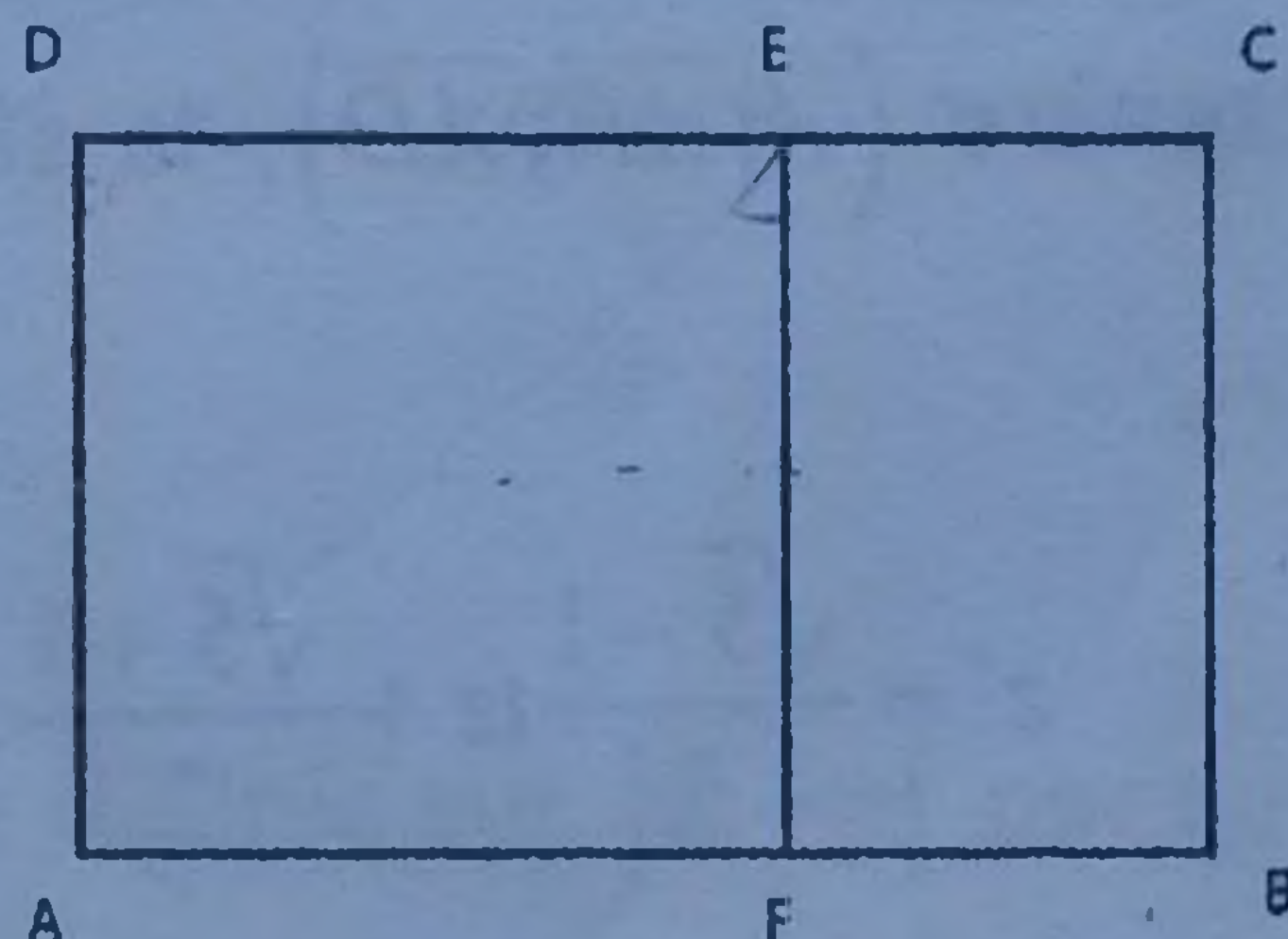
Le candidat doit traiter obligatoirement toutes les parties de l'épreuve.

Il ne sera jugé que sur la base des traces écrites sur sa copie.

Il sera tenu grand compte de la clarté et de la précision des raisonnements.

Contexte : Etude du projet de construction d'une maison.

Sur un domaine $ABCD$ de forme rectangulaire, Arouna, le propriétaire, décide d'ériger une maison. Dans le dossier technique, l'architecte en charge du projet propose un aménagement comme l'indique la figure ci-après.



La partie représentée par le carré $AFED$ est destinée au bâtiment et l'autre partie au jardin et autres ouvrages. L'architecte affirme que pour réaliser le découpage du domaine, il a utilisé une similitude directe s qui transforme les points A, B, C et D respectivement en B, C, E et F .

N'étant pas outillé pour comprendre tout le dossier, Arouna sollicite son fils Ousmane, élève en classe terminale C, pour mieux apprécier certaines informations qui y sont contenues.

Afin de vérifier l'existence de la similitude s , Ousmane suppose que $AD=1$ et $AB=l$ ($l>1$), puis il munit le plan du repère orthonormé direct $(A; \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD})$. Il s'intéresse par ailleurs à la quantité de carreaux à utiliser pour le revêtement du plancher dans les pièces du bâtiment et aussi à la configuration du jardin.

Suite en page 2/4

Tâche

Tu es invité(e) à aider Ousmane à répondre à ses différentes préoccupations en résolvant les problèmes ci-après.

Problème 1

1- Ousmane suppose que la similitude s existe.

a) Démontre que l'on a : $\frac{1}{l} = l - 1$.

b) Déduis-en que $l = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

c) Détermine le rapport et l'angle de la similitude s .

2- a) Justifie l'existence d'une similitude directe s' qui transforme A en B et B en C

b) Démontre que dans le repère $(A; \overline{AF}, \overline{AD})$, la similitude s' a pour écriture complexe :

$$z' = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} iz + \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

c) Détermine les images des points C et D par s' .

d) Justifie que l'architecte a raison au sujet du procédé de découpage du domaine.

Problème 2

Il est prévu que les planchers des pièces du bâtiment seront carrelés.

3- Le plancher de la salle à manger a la forme d'un rectangle dont les dimensions sont 4,54 m et 3,75 m. On veut carrelé cette pièce avec des carreaux carrés de 33 cm de côté. On commence la pose à partir d'un coin de la pièce.

a) Justifie qu'il n'est pas possible de couvrir le plancher de cette pièce avec uniquement des carreaux entiers (sans découpe).

b) Effectue la division euclidienne de 454 par 33. Déduis-en le nombre de carreaux non découpés qui sont posés dans le sens de la longueur.

c) Détermine le nombre de carreaux non découpés qui seront posés dans cette pièce.

4- Le plancher de la cuisine a la forme d'un rectangle de dimensions 4,55 m et 3,85 m. On veut utiliser deux types de carreaux pour son revêtement : des pièces

carrées de type T_1 de 15 cm de côté et des pièces carrées de type T_2 de 35 cm de côté ; et on doit utiliser plus de pièces du type T_2 que de pièces du type T_1 .

- Justifie que le nombre a de carreaux du type T_1 et le nombre b de carreaux du type T_2 sont tels que $9a + 49b = 7007$.
- Résous dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $9x + 49y = 7007$.
- Détermine le nombre de pièces de chaque type que l'on peut poser dans la cuisine.

Problème 3

Pour rendre attrayante la cour de la maison, l'architecte a prévu un parterre de fleurs suivant des configurations bien précises. L'une des configurations est modélisée par une portion de l'ensemble (Γ) des points M du plan dont les coordonnées (x, y) , dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, vérifient :

$$\frac{3 \ln y}{\sqrt{y}} + y - 1 - |x| = 0.$$

- On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3 \ln x + 6$.
 - Etudie le sens de variation de g .
 - Justifie que g admet un minimum que tu préciseras.
 - Détermine le signe de $g(x)$ pour tout x élément de l'intervalle $]0; +\infty[$.
- On considère la fonction f de $]0; +\infty[$ vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{3 \ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$.
 - Démontre que f est une application.
 - Etudie les limites de f à droite en 0 et en $+\infty$.
 - Etudie le sens de variation de f .
 - Dresse le tableau des variations de f .
 - Déduis-en le signe de $f(x)$ pour tout x élément de $]0; +\infty[$.
- On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (\mathcal{C}) .
 - Etudie la position relative de (\mathcal{C}) et de (D) .
 - Trace la courbe (\mathcal{C}) .

- 8- a) Démontrez que f est une bijection. On note (\mathcal{C}') la courbe de sa bijection réciproque.
- b) Soit $M(x, y)$ un point de (Γ) . En remarquant que l'on a $f(y) = |x|$, démontrez que $y \geq 1$.
- c) Démontrez que (Γ) est la réunion d'une portion (Γ_1) de (\mathcal{C}') et de son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- d) Tracez (Γ) dans le même repère que (\mathcal{C}) .

FIN

DUREE : 4 heures

- **Compétences disciplinaires évaluées :**
 - C.D. n°1 : Elaborer une explication d'un fait ou d'un phénomène de son environnement naturel ou construit en mettant en œuvre les modes de raisonnement propres à la physique, à la chimie et à la technologie.
 - C.D. n°2 : Exploiter la physique, la chimie et la démarche technologique dans la production, l'utilisation et la réparation d'objets technologiques.
 - C.D. n°3 : Apprécier l'apport de la physique, de la chimie et de la technologie à la vie de l'homme.
- **Compétence transversale évaluée :** Communiquer de façon précise et appropriée.

A/ CHIMIE ET TECHNOLOGIE

Contexte

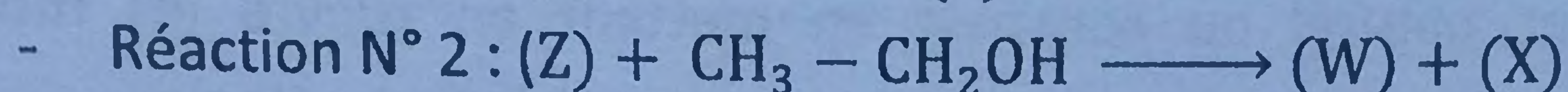
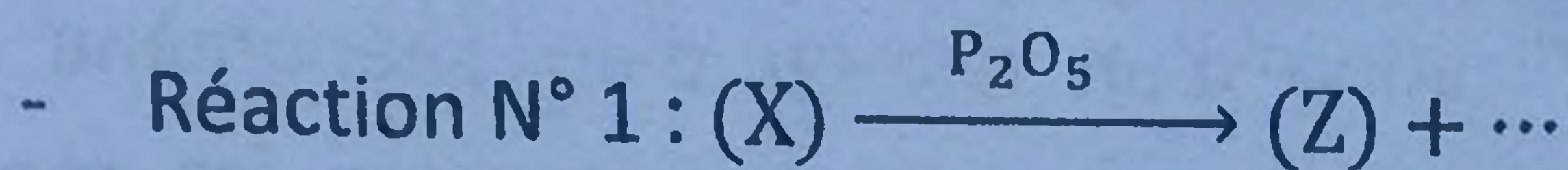
Dans l'industrie alimentaire, la préservation des produits contre le développement des micro-organismes est assurée par l'usage de conservateurs appropriés. La préparation de ces conservateurs fait appel aux nombreuses applications de la chimie organique comme il en est question dans la situation suivante : « A partir d'un composé organique (A) extrait de l'essence d'amande amère du sirop d'orgeat, un chimiste doit préparer au laboratoire deux conservateurs (X) et (Y) utilisés dans l'industrie alimentaire ». Pour formaliser la production, des expériences sont effectuées sur les composés (A), (X) et (Y) afin de définir les méthodes précises d'obtention des deux conservateurs au laboratoire.

Support

- ❖ **Le chimiste s'assure de la formule du composé (A) et de quelques tests de réactivités.**
 - Le composé (A) répond à la formule $C_{(x+1)}H_xO$, avec x un entier naturel non nul ; son étude spectroscopique montre qu'il est un composé aromatique et la formule brute du conservateur (Y) est de la forme $C_{(x+1)}H_{(x-1)}O_2K$.
 - La combustion complète d'un échantillon de masse m_A du composé (A) a donné un volume $V = 11,2$ L de dioxyde de carbone et une quantité d'eau de masse $m_{H_2O} = 3,6$ g.
 - Le composé (A) donne un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine ; parallèlement un échantillon du composé (A) décolore une solution acidifiée de permanganate de potassium de concentration molaire $C_0 = 0,4$ mol.L⁻¹,

conduisant à une quantité de masse $m_X = 12,2$ g du conservateur (X) avec un rendement de 85 %.

- Réactions chimiques opérées et faisant intervenir le conservateur (X) :



❖ Dosage pH-métrique d'une solution de (X) par une solution d'hydroxyde de potassium

- Soit C_a la concentration de la solution du conservateur (X) et V_a le volume de cette solution dosé : $V_a = 10$ mL.
- La concentration molaire de la solution d'hydroxyde de potassium ($K^+ + OH^-$) utilisée est $C_b = 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$
- **Tableau 1** : Valeurs du pH en fonction du volume V_b de la solution d'hydroxyde de potassium versé.

V_b (mL)	0	1	2	3	5	6	8	9	9,5	9,8	9,9	10	10,1	11	12	14	16
pH	2,6	3,25	3,6	3,85	4,2	4,4	4,8	5,15	5,5	5,9	6,2	8,45	10,7	11,7	12	12,4	12,7

- Echelles : $\begin{cases} 1 \text{ cm pour } 1 \text{ mL} \\ 1 \text{ cm pour } 1 \text{ unité de pH} \end{cases}$

❖ Autres données

- Masses molaires atomiques en g.mol^{-1} : $M(H) = 1$; $M(C) = 12$; $M(O) = 16$.
- Produits disponibles au laboratoire : alcool benzylique ($C_6H_5-CH_2-OH$), solution de permanganate de potassium ($K^+ + MnO_4^-$), solution d'hydroxyde de potassium ($K^+ + OH^-$), éthanol (C_2H_5-OH), pentoxyde de diphosphore (P_2O_5) ; acide sulfurique (H_2SO_4).
- Couple oxydant/réducteur relatif à la solution oxydante MnO_4^-/Mn^{2+} .
- Volume molaire gazeux dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24 \text{ L.mol}^{-1}$.

Tâche : Expliquer des faits et décrire l'utilisation du matériel approprié.

1.

1.1. Déterminer la formule brute du composé A et celle du conservateur (Y).

1.2. Ecrire la formule semi-développée et le nom en nomenclature officielle du composé (A) et ceux des conservateurs (X) et (Y).

1.3. Calculer le volume de la solution oxydante nécessaire à la préparation de la quantité en masse m_X du conservateur (X).

2.

2.1. Tracer la courbe de dosage $pH = f(V_b)$ et en déduire le pKa du couple acide/base auquel appartient le conservateur (X).

- 2.2. Montrer que $C_a = 10^{-2\text{pH}+\text{pK}_a} + 10^{-\text{pH}}$ puis calculer sa valeur.
- 2.3. Calculer la valeur C'_a de la concentration de la solution d'acide (X) à l'aide du point d'équivalence et conclure.
- 3.
- 3.1. Achever d'écrire l'équation-bilan de chacune des réactions N° 1, 2 et 3 puis donner le nom et la fonction chimique de chacun des composés (Z), (W) et (P).
- 3.2. Donner les caractéristiques de chacune des réactions N° 2 et N°3.
- 3.3. Décrire la méthode conduisant à l'obtention de chacun des conservateurs (X) et (Y) à partir des produits disponibles au laboratoire.

B/ PHYSIQUE ET TECHNOLOGIE

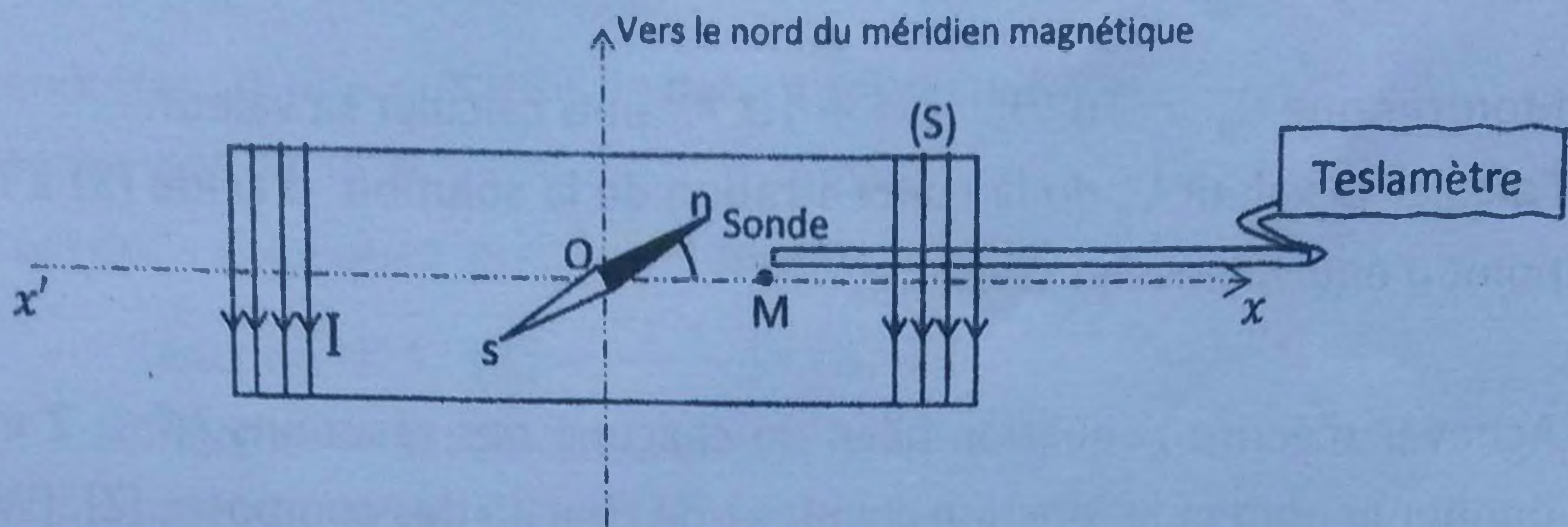
Contexte

L'enseignement/apprentissage en physique, en chimie et en technologie est tributaire de la mise en œuvre de la démarche expérimentale et de la démarche technologique ; lesquelles démarches exigent la formulation des hypothèses. Dans ce cadre un professeur de PCT s'intéresse aux trois hypothèses suivantes à faire vérifier par ses apprenants :

- **hypothèse n°1:** l'intensité du champ magnétique créé par un courant continu dans une bobine longue a la même valeur en tout point de l'axe de cette bobine.
- **hypothèse n°2:** la résonance d'intensité est obtenue dans un dipôle (R, L, C) série à la seule condition de faire varier la fréquence du générateur pour la faire coïncider avec la fréquence propre du circuit.
- **hypothèse n°3:** seule une lentille divergente donne d'un objet réel une image toujours virtuelle.

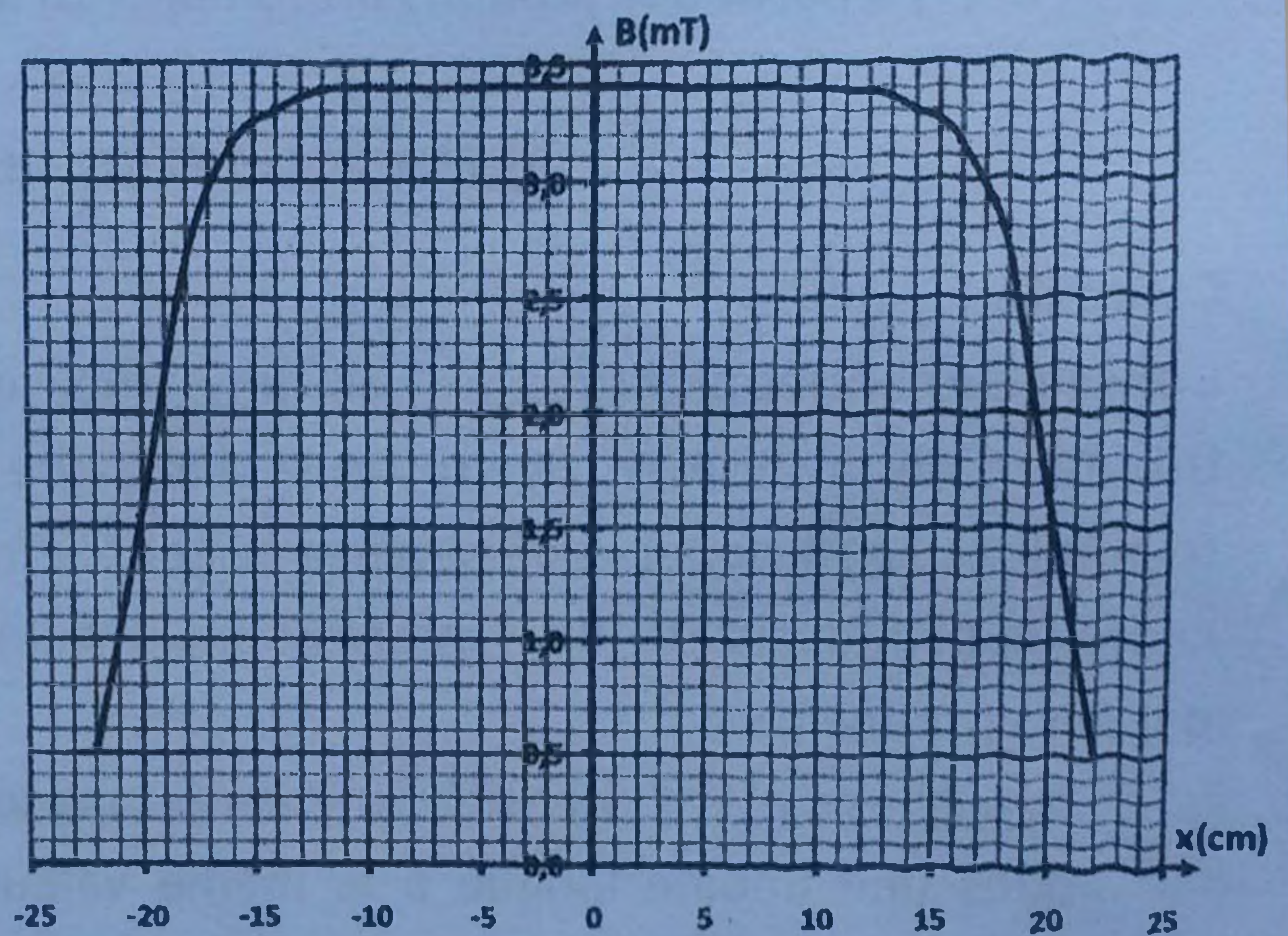
Support

- ❖ **A propos de l'hypothèse n°1, différentes expériences sont réalisées.**
 - **Expérience 1 :** recherche de l'influence du champ magnétique terrestre sur les mesures.
Une aiguille aimantée, sur pivot vertical, placée au centre O de la bobine s'oriente d'un angle α par rapport à l'axe (x'x) pendant le passage du courant électrique dans la bobine : $(\vec{sn}, \vec{Ox}) = \alpha$. Le teslamètre indique au centre $B = 3,40 \text{ mT}$ pour $I = 4 \text{ A}$ (voir figure ci-dessous).



- **Expérience 2 : vérification de l'hypothèse**

Le professeur fait mesurer, à l'aide du teslamètre, la norme du champ magnétique en différents points M (x) de l'axe de la bobine suite au passage de la même intensité ($I = 4 \text{ A}$) du courant électrique dans celle-ci. L'abscisse du point M étant repérée par rapport au centre O de la bobine, il en sort le graphe $B = f(x)$ ci-contre :

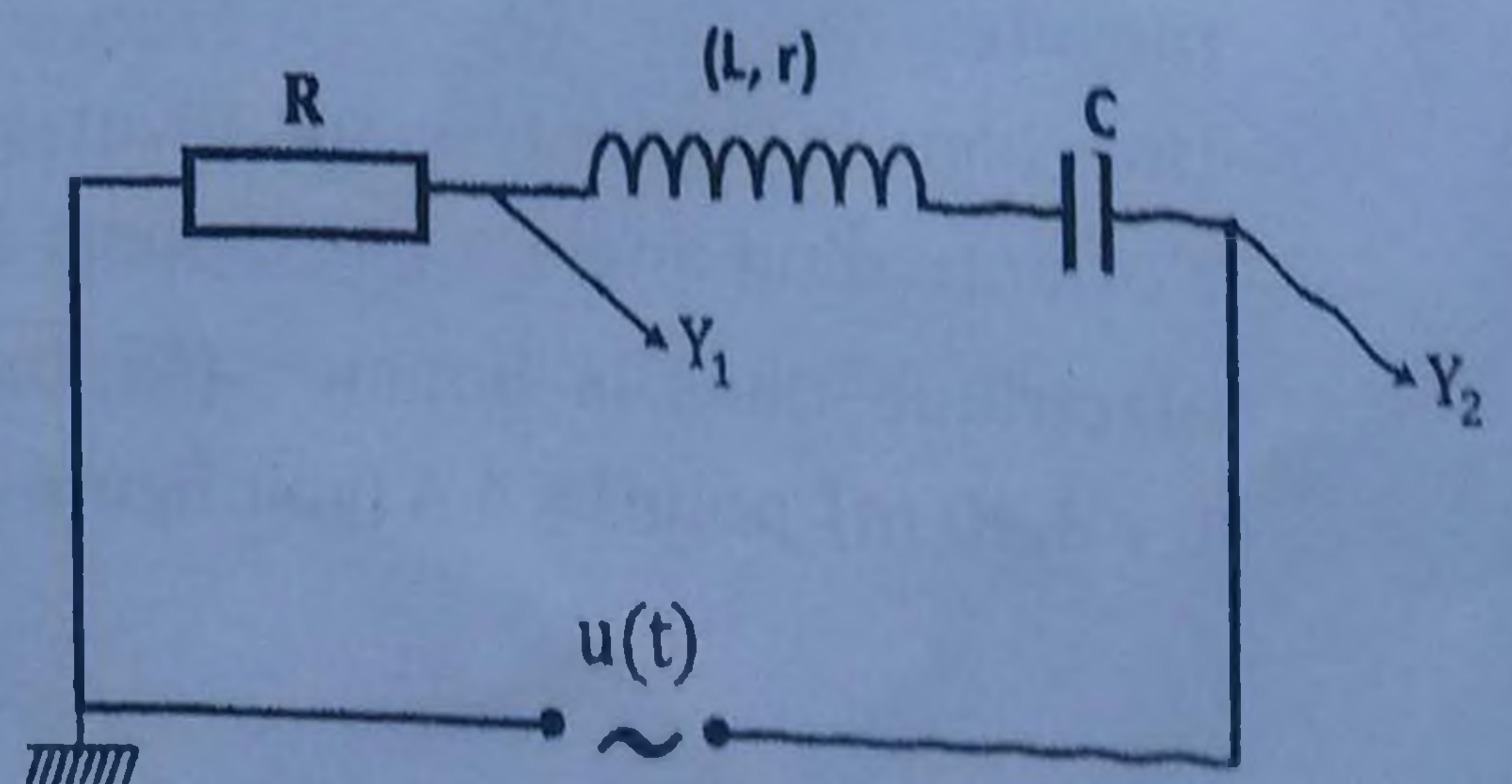


- **Données :**

- On rappelle qu'en tout point de l'espace terrestre, il existe un champ magnétique terrestre \vec{B}_t tel que $\vec{B}_t = \vec{B}_h + \vec{B}_v$, \vec{B}_h étant la composante horizontale et \vec{B}_v la composante verticale.
- La norme du champ magnétique terrestre au voisinage du centre du solénoïde est en moyenne $B_t = 4,6 \times 10^{-5} \text{ T}$.
- Soit ℓ la longueur de la bobine et N le nombre de spires : $N = 200$ spires.
- Perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (U.S.I)}$.

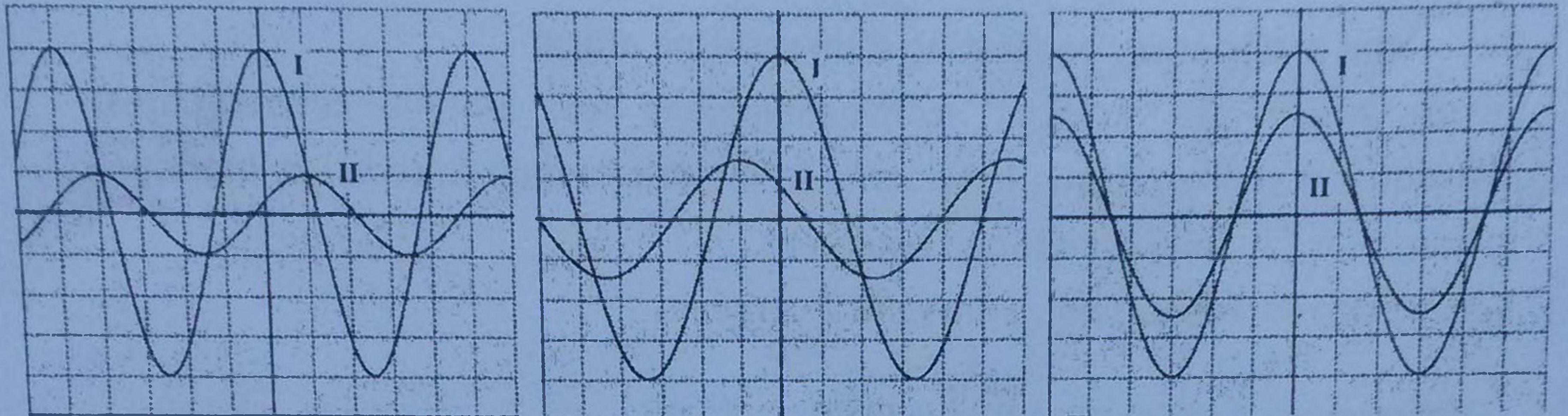
- ❖ **A propos de l'hypothèse n°2, un montage électrique connecté à un oscilloscope à deux voies est réalisé.**

- Le schéma du montage est celui de la figure ci-contre :
- Le dipôle NM comprend en série un résistor de résistance $R = 100 \Omega$, une bobine d'inductance $L = 1 \text{ H}$ et de résistance r et un condensateur de capacité C ; un GBF impose aux



bornes de NM une tension électrique u_{NM} sinusoïdale de fréquence f variable et d'amplitude constante telle que : $u_{NM} = u(t) = U_m \cos(2\pi ft)$.

- Extrait de trois oscillogrammes clés des oscillogrammes obtenus.



Oscillogramme A

Oscillogramme B

Oscillogramme C

- Sensibilité sur les deux voies : $\begin{cases} \text{voie horizontale : } 1 \text{ ms. div}^{-1} \\ \text{voie verticale : } 2 \text{ V. div}^{-1} \end{cases}$
- Chaque oscillogramme informe sur des paramètres clés comme : la fréquence, les amplitudes et la relation de phase entre les grandeurs électriques concernées.
- ❖ **A propos de l'hypothèse n°3 : données à exploiter et expériences**
 - Le professeur fait réaliser quelques expériences et des analyses avec deux lentilles minces, l'une convergente (L_1) et l'autre divergente (L_2) telles que les vergences sont opposées.
 - **Première expérience : vérification de la vergence de (L_1)**
Il fait réaliser une série de mesures avec la lentille convergente en mesurant la position $\overline{OA'}$ de l'image d'un objet réel AB. Le tableau 1 ci-dessous en donne les résultats.

Tableau 1

OA (cm)	20	15	12	10	8	5
$\overline{OA'}$ (cm)	6,7	7,5	8,6	10	13,4	∞
$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$						

- Vérification de l'hypothèse

Le professeur propose aux apprenants de remplir le tableau 2 ci-après et d'en faire l'analyse aux fins d'éprouver l'hypothèse. En effet différentes positions d'un même objet réel sont considérées pour chacune des deux lentilles prises séparément.

M 391

DUREE : 2 heures

NB : Ta production sera appréciée selon les critères minimaux de cohérence interne et de pertinence. La bonne présentation matérielle et l'originalité de ta production seront également prises en compte.

PARTIE I : Restitution organisée de connaissances (06 points)

Explique en quoi le contrôle ovarien de l'utérus est indispensable à l'avènement d'une gestation.

PARTIE II : Résolution de problème à partir de documents fournis (12 points)

Situation-problème

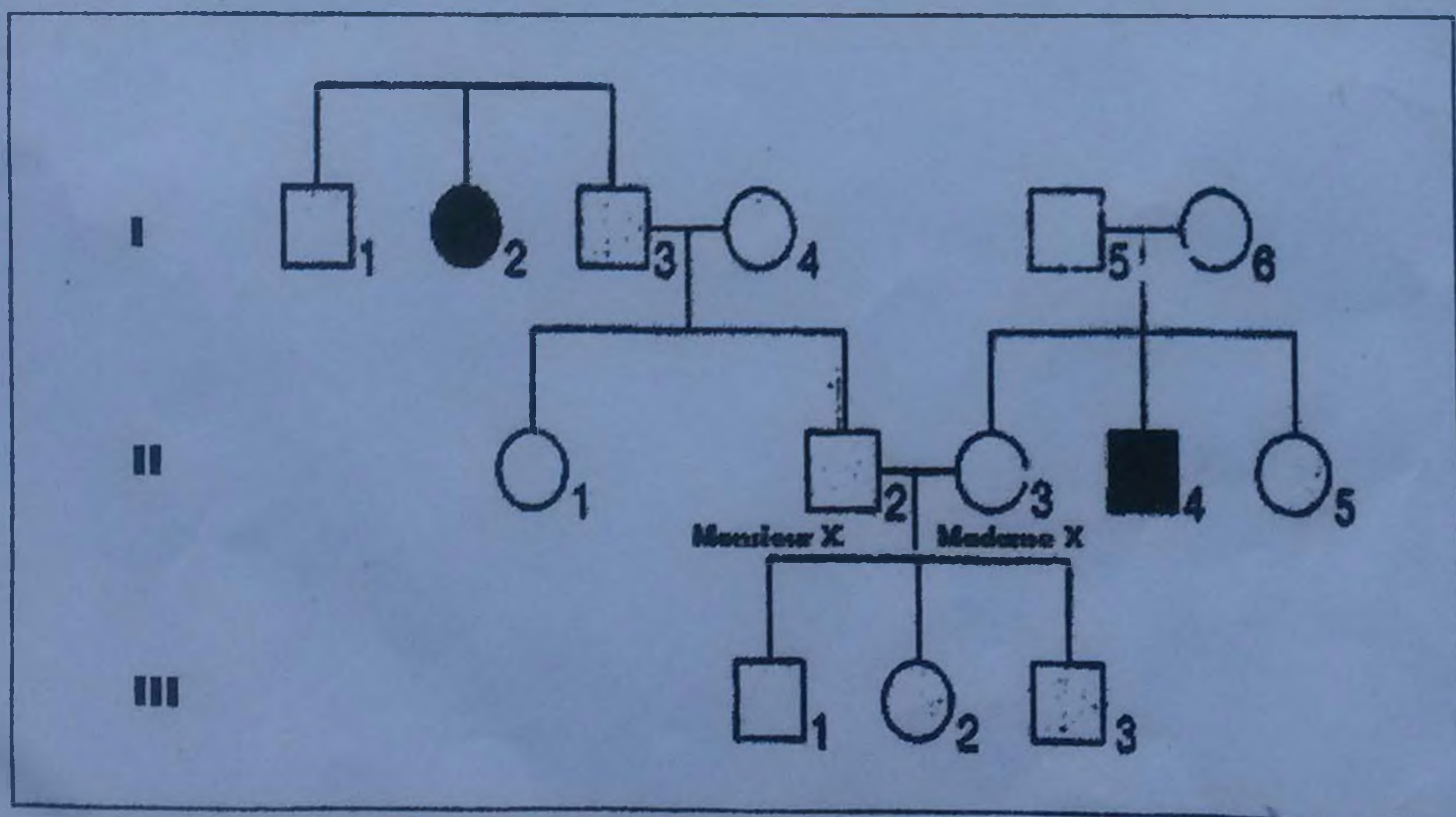
Les symptômes d'une tare génétique viennent de se manifester chez le frère de Madame X, âgé de 40 ans. Dans une discussion avec son mari, elle apprend que la tante paternelle de ce dernier présente la même tare. Etant d'une famille où cette tare ne s'était jamais manifestée auparavant, Madame X s'inquiète pour ses trois enfants encore jeunes. Sur son initiative, le couple consulte un spécialiste qui conseille un diagnostic moléculaire précoce.

Les informations relatives à la tare et les résultats d'examens réalisés sont regroupés dans les documents ci-après.

Document 1 : Arbre généalogique de la famille de Madame X

La tare dont souffre le frère de Madame X ne se manifeste qu'à l'âge adulte. Un diagnostic précoce permet la mise en place d'un traitement adéquat qui augmente l'espérance de vie des individus susceptibles d'être atteints.

L'arbre généalogique montrant la transmission de la tare concernée se présente comme suit :



I₂ est une femme malade dont le père est apparemment sain. II₄ est un homme malade. Les autres membres de la famille sont tous apparemment sains.

Document 2 : Principe du diagnostic moléculaire et résultats obtenus

Les allèles du gène ont été isolés chez les trois (03) enfants de Madame X (Enfant 1, Enfant 2, Enfant 3). Pour chacun de ces allèles, l'analyse porte sur une séquence d'ADN de 387 paires de nucléotides susceptibles de contenir la mutation recherchée.

Cette séquence de nucléotides est dénaturée et les deux brins d'ADN séparés puis amplifiés par une technique appropriée. Il s'obtient ainsi, de nombreux simples brins de la séquence nucléotidique que l'on soumet ensuite à la digestion par une enzyme de restriction. Les différents fragments d'ADN obtenus à la suite de cette digestion ont les longueurs présentées dans le tableau ci-après pour chacun des allèles du gène considéré.

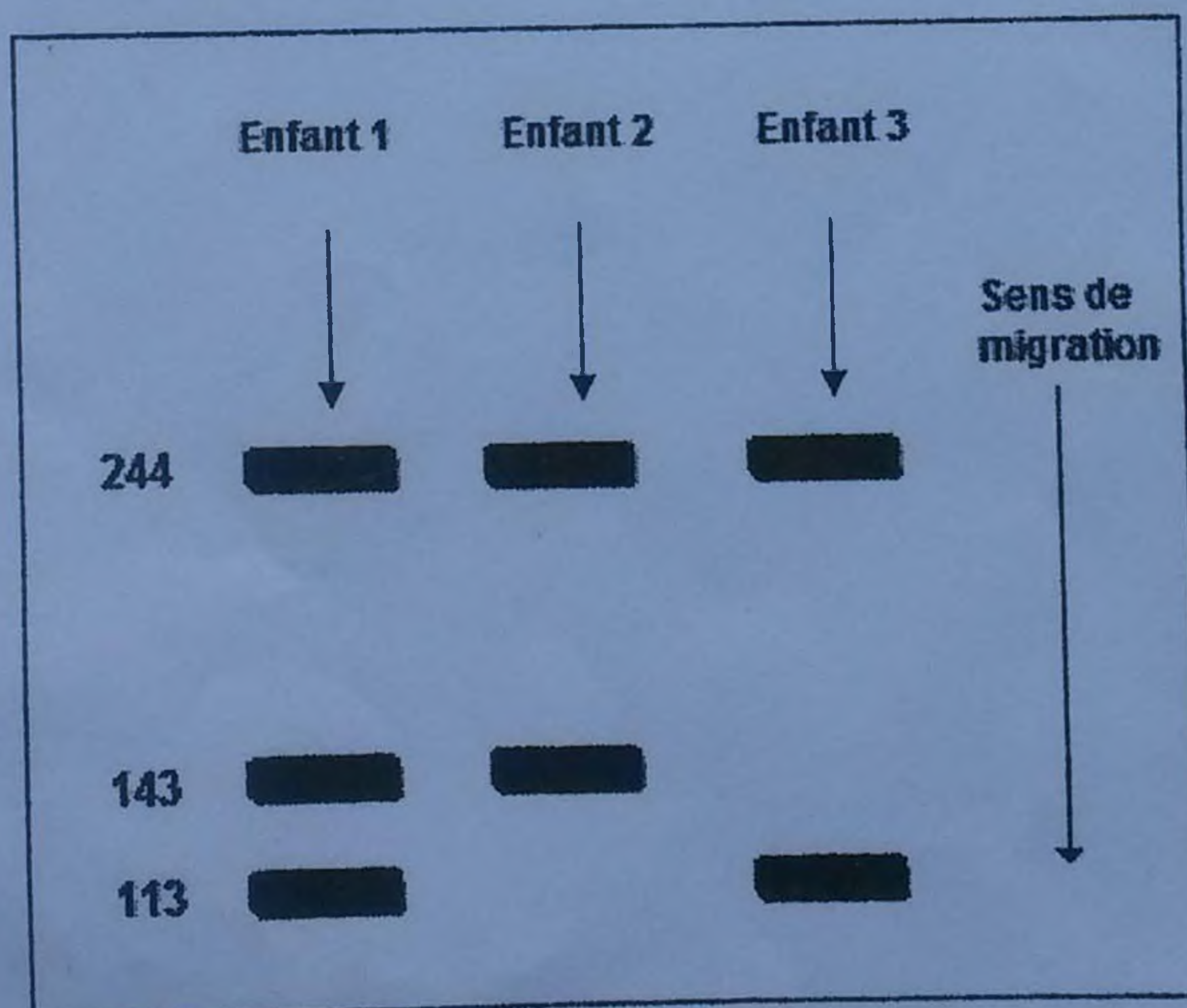
	Fragment de taille 143	Fragment de taille 244	Fragment de taille 113	Fragment de taille 30
Allèle Normal	+	+	-	-
Allèle Muté	-	+	+	+

+ = Présence du fragment

- = Absence du fragment

On soumet les fragments de restriction obtenus à partir des allèles des trois enfants 1, 2 et 3 à une électrophorèse (Southern Blot). Après migration, les fragments d'ADN apparaissent sous forme de bandes sombres. Dans les conditions de cette électrophorèse, seuls les fragments dont la taille est supérieure à 50 nucléotides sont visibles.

Les résultats du Southern Blot sont présentés ci-après.



Exploite les informations tirées des documents fournis pour préciser au couple X si cette tare pourrait se manifester dans sa descendance.

Critère de perfectionnement : 02 points